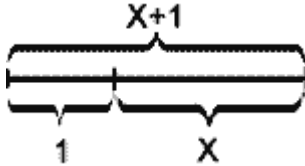


# Златно сечение

**Златното сечение** (известно още като **златна пропорция**, **златен коефициент** или **божествена пропорция**) е ирационално число в математиката, което изразява отношение на части, за които по-малката част се отнася към по-голямата, така както по-голямата към цялото. То се отбелязва с гръцката буква  $\phi$  и има стойност приблизително равна на 1,618...



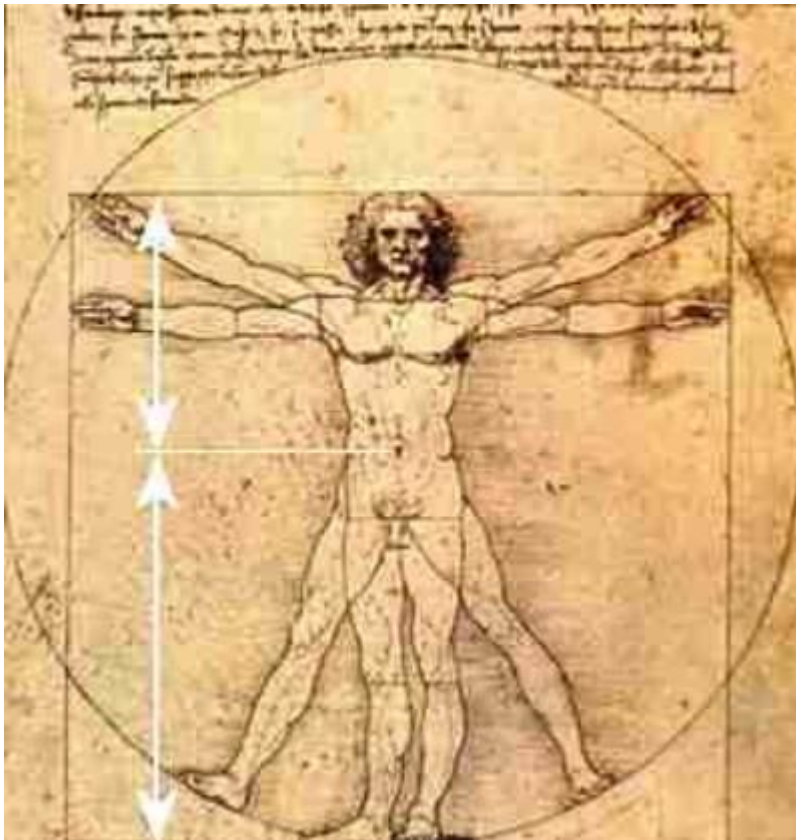
**Определение:** По-голямата част се отнася към по-малката, както цялото към по-голямата. Ако по-малката отсечка приемем за единица, то може да запишем пропорцията:  $(X+1) / X = X / 1$ , която се свежда до обикновено квадратно уравнение  $X^2 - X - 1 = 0$ , чието

положително решение е:  $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$  или 1.618033988...

Златното сечение е не само математическо понятие, но е символ за красота, хармония и съвършенство, както в изкуството и науката, така и в природата. За въвеждането на термина "златно сечение" е отговорен не кой да е, а именно Леонардо да Винчи, който възвръща интереса към този проблем след няколко века забрава, изучава го в научните си изследвания и прилага непрекъснато като композиционен и формообразуващ елемент в своите живописни платна. Леонардо използва златното сечение като пропорция за "идеалното човешко тяло" и нагледно го демонстрира в своята рисунка "Витрувианският човек"\*<sup>2</sup>, намерена в един от дневниците му. Тя често е наричана "Закон на пропорциите" (**Canon of Proportions**) и по-рядко "Човешки пропорции" (**Proportions of Man**). Според бележките на Леонардо в придружаващия текст, написан огледално, картината е нарисувана като опит за изучаване на пропорциите на (мъжкото) човешко тяло, както са описани от древноримския архитект Витрувий\*<sup>3</sup>, който пише:

- четири пръста са равни на една длан
- четири длани са равни на една стъпка
- шест длани правят един лакът
- четири лакътя са един човешки ръст
- широчината на разперените ръце е равна на височината на човек
- разстоянието от корените на косата до долния край на брадичката е равно на една десета от ръста
- разстоянието от долния край на брадичката до темето е равно на една осма от ръста
- максималната широчина на раменете е равна на една четвърт от ръста
- разстоянието от лакътя до края на дланта е равно на една пета от човешкия ръст

- разстоянието от лакътя до ъгъла на подмишницата е една осма от ръста
- дължината на дланта е една десета от ръста
- разстоянието от долния край на брадичката до носа е една трета от дължината на лицето
  - разстоянието от корените на косата до веждите е една трета от дължината на лицето
  - дължината на ухото е равна на една трета от лицето



Леонардо да Винчи – “Витрувианския човек” – 1492 г., Галерия дел’Академия – Венеция

В една от своите книги Витрувий заявява, че сградите трябва да имат пропорциите на човека, че човешкото тяло е образец за пропорционалност, защото, когато ръцете и краката са изпънати, то се вмества точно в “съвършенните” геометрични форми – квадрата и кръга. И още: “...Пъпът е естествено разположен в центъра на човешкото тяло и ако човек лежи по гръб с разперени ръце и крака, от неговия пъп, като център, може да се опише окръжност, която ще докосва върховете на пръстите на ръцете и краката...”. [\(1\)](#)

Витрувианският човек, както са нарекли тази фигура, се появява преди Леонардо да Винчи, но именно в прочутата Леонардова рисунка във Венеция той получава най-съвършения си израз и може би най-правилният.

### *История*

В достигналата до нас антична литература, златното сечение се среща за първи път в “Елементи”<sup>\*</sup> на Евклид. След Евклид, с изучаване на това отношение са се занимавали и други древногръцки философи. В средновековна Европа златното сечение достига чрез преводите на “Елементи” на Евклид, а преводачът Дж. Кампано от Навара (III в.) прави първите коментари към преводите.

В епохата на Ренесанса интересът на учените и художниците към златното сечение се усилил във връзка с неговото приложение в геометрията, в изкуството и най-вече в архитектурата. През 1509 г. във Венеция била издадена книгата на монаха Лука Пачоли<sup>\*\*</sup> “Божествена пропорция” с илюстрации, които се предполага, че са на Леонардо да Винчи. По това време в Северна Европа друг един гений на Ренесанса – Албрехт Дюрер работи над същите проблеми. Според едно от неговите писма, той се е срещал с Лука Пачоли при едно от пребиваванията му в Италия. Албрехт Дюрер подробно разработва теорията за пропорциите на човешкото тяло като важно място в неговата работа заема златното отношение. Той установил, че ръста на човек се дели в златно отношение от линията на кръста.

Астрономът Йохан Кеплер през 16-ти век нарича златното отношение едно от съкровищата на геометрията. Той пръв отбелязва приложението на златното сечение в ботаниката.



# Divina

## proporzione

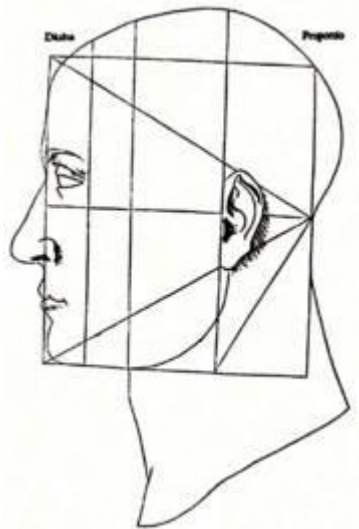
**O**pera a tutti gl'ingegni perspicaci e curiosi necessaria **O**ne ciascu studioso di **P**hilosophia: **P**rospectiva **P**ictura **S**culptura: **A**rchitectura: **M**usica: e altre **M**athematiche: sua uissima: sottile: e admirabile doctrina consequira: e delectarassi: cõvarie questione de secretissima scientia.

M. Antonio Capella eruditiss. recensente:  
A. Paganus Paganus Characteribus elegantissimis accuratissime imprimebat.



*Страници от “Божествена пропорция” на Лука Пачоли, 1509 г., Венеция*

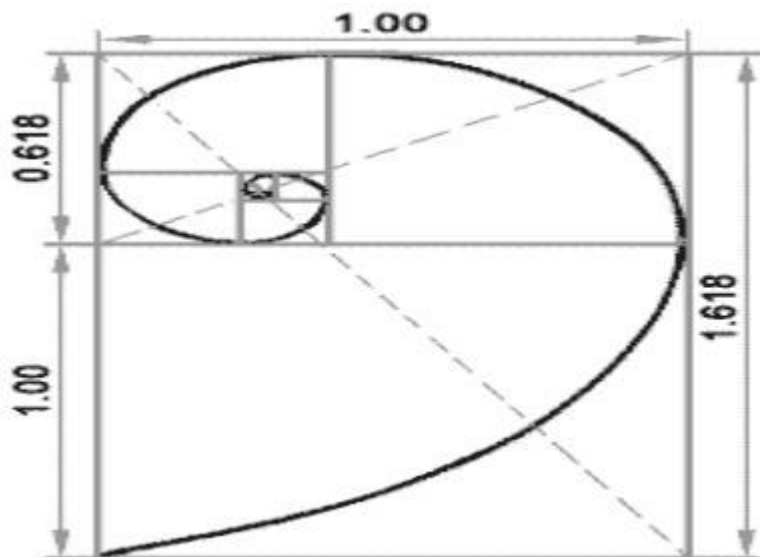
През 1855 г. немският изследовател Адолф Цайзинг публикува своя труд “Естетически изследвания”, в който обявява златното сечение за универсално във всички явления в природата и изкуството. Цайзинг извършил около две хиляди измервания на човешки тела и достигнал до извода, че златното сечение изразява средно статистически закон. Той показва, че деленето на тялото в точката на пъпа е най-добрият пример на златно отношение. Според него пропорциите на мъжкото тяло се колебаят в пределите на отношението  $13 : 8 = 1,625$  и са много по-близки до златната пропорция, отколкото женското тяло, чието средно отношение е  $8 : 5 = 1,6$ . Пропорцията на златното сечение се проявява и при други части на тялото.



*Илюстрация на Леонардо да Винчи към „Божествена пропорция“, показваща приложението на златното сечение към пропорциите на човешкото лице.*

### ***Златното сечение в математиката – златни геометрични фигури***

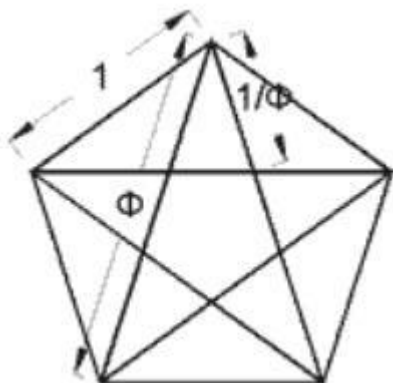
**Златен правоъгълник** е правоъгълник, при който отношението на страните е равно на златното сечение. При премахването на квадрат със страни равни на по-малката страна на златен правоъгълник, остатъкът е отново правоъгълник със съотношение на страните равно на  $\phi$ . Т.е. при премахването на квадрат от златен правоъгълник, се получава отново златен правоъгълник. Това се доказва лесно, използвайки алгебричните свойства на  $\phi$  и лицата на правоъгълниците. При повтаряне на тази последователност се получава поредица от все по-малки златни правоъгълници, а при вписването на четвърт окръжност във всеки от получените квадрати се получава логаритмична спирала.



### *Златен правоъгълник и построяване на златна спирала*

**Златен триъгълник** е равнобедрен триъгълник, при който отношението на дължините на бедрото и основата е равно на златното сечение. Съществуват два вида триъгълници, при които отношението на бедрото и основата е равно на златното сечение: остроъгълни (при който основата е по-малка от бедрото и ъгли  $36^\circ$  на върха и  $72^\circ$  при основата) и тъпоъгълни (при който основата е по-голяма от бедрото и ъгли  $108^\circ$  на върха и  $36^\circ$  при основата). Вторият вид триъгълници, често се нарича *сребърен триъгълник*.

**Пентаграмът** е фигура, образувана от 5 златни триъгълника, вписани в правилен петоъгълник. Всяка от петте линии, съставляващи тази фигура, дели другата в златно отношение.



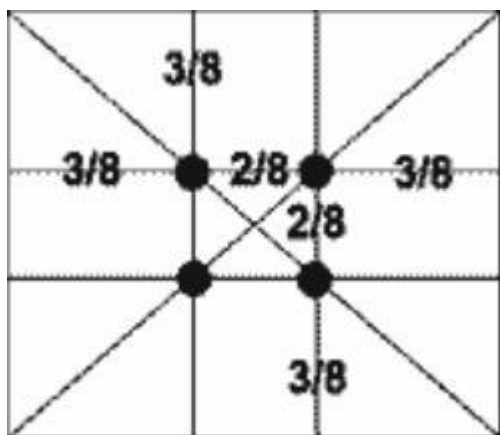
*пентаграм - от гр. "pentagrammon", "pente" - пет и "gramma" - линии*

### *Златното сечение в изкуството*

В цялата история на изкуството има безброй примери на произведения, в които абсолютно целенасочено авторите им са използвали принципа на божествената пропорция при тяхното създаване. Става въпрос за един осъзнат, търсен и последователен акт на "правене" на тези творби, които въздействат с простотата и едновременно с това с "желязната" си постройка. За непросветения зрител те са изключителни без да съществува логично обяснение за това. Както обаче знаем, в изкуството няма нищо случайно. Всеки ефект, всяка уж случайно постигната хармония, всяка удивителна композиция е плод на

съзнателно търсене от страна на автора и в нередки случаи му е коствала продължителни опити. Много са имената на художниците, които не се задоволяват само да “изобразяват” нещата, а се интересуват и изследват в дълбочина плоскостта на картината. Не един и два са примерите на автори, които са едновременно и велики художници и истински учени и откриватели. Съвсем закономерно е една от посоките, които винаги е вълнувала артистичния свят да е именно златното сечение, тъй като всеки се стреми да създаде “съвършената” картина. Доказано е, че човек харесва някакъв предмет първо заради формата му. Усещането за красота и хармония най-често произтича от съчетанието на **симетрия** и **златно сечение**. Цялото винаги се състои от части и ако те са в “златно” съотношение – помежду си и с цялото, то това винаги е белег за структурно и функционално съвършенство в изкуството, науката, техниката и природата.

Още през Ренесанса художниците открили, че всяка картина има определени точки, които приковават нашето внимание, т. н. **зрителни центрове**. Те са 4 и са разположени на разстояние  $3/8$  и  $5/8$  от краищата на платното. Това откритие е именно “златното сечение” на картината. Ако художникът иска да акцентира психологически на някой детайл в платното, то той го поставя в един от тези четири зрителни центъра. От примерите по-долу ясно се вижда този закон и широкото му използване от великите майстори на четката. Малко по малко ще започнем да разбираме защо някоя картина има толкова силно магнетично въздействие и как авторът е постигнал тази “съвършена” композиция.



*картината, като*

*сечение*

*Четирите зрителни центъра на*

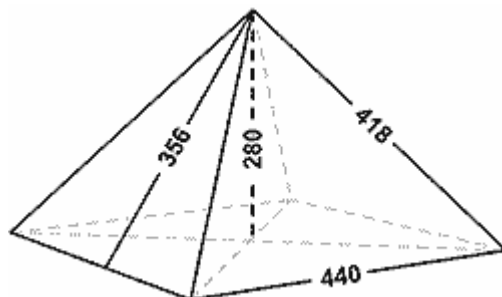
*всеки от тях представлява златно*

За да проследим използването на златното сечение в изкуството, ще търсим от една страна неговото чисто построение в картините, а от друга съществуването на златните геометрични фигури, съставляващи композицията.

Не разполагаме с писмени свидетелства от древните египтяни за числото “Ф”, обаче в тяхното изкуство и архитектура се съдържат немалко признаци, че то не само им е било известно, но са виждали в него магическото и божествено проявление. Вероятно са

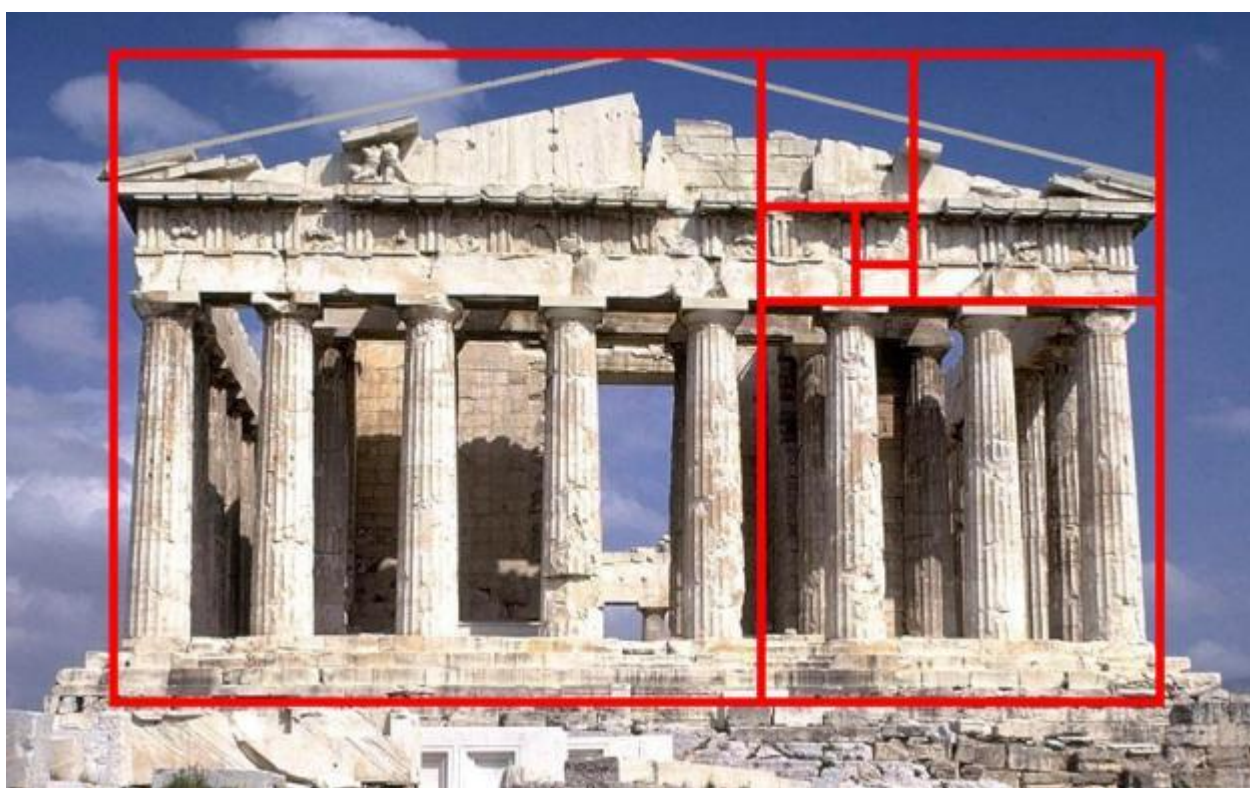


знаели как да го построят геометрично от правоъгълник със страни  $2/1$ . Древните египтяни са били първите, които са използвали математиката в изкуството. Почти е сигурно, че те си приписват авторството върху магичната собственост на златното сечение (златно отношение, божествена пропорция, фи) и са го използвали при създаването на техните пирамиди. Размерите на Голямата пирамида са в доста любопитни съотношения. Отношението  $440:280$  може да се сведе до  $11:7$ , което е близко до  $\pi/2$ , а отношението между височината и половината на страната на пирамидата, се оказва "златно":  $356:220 = 1.618 = \Phi$



*Питагор (560-480 пр. Хр.),  
детайл от Атинската школа на  
Рафаел*

В Древна Гърция Питагор (560-480 пр.н.е.) бил специално заинтересован от златното сечение и доказва, че то е в основата на пропорциите на човешкото тяло, което е построено така, че всяка част е в определено златно сечение към всички други части. В класическа древна Гърция са възникнали много учения за хармонията, от които най-дълбока следа в световната култура оставило Питагорейското учение. Последователите му си представяли света, вселената, космоса, природата и човека като единно цяло, където всичко е свързано и е в хармонични взаимоотношения. Те представят хармонията като начало на реда, като сила, побеждаваща хаоса. Хармонията е присъща на природата и изкуството: “Едни и същи закони съществуват за музикалните гами и за планетите”.



*храм Партеон, Акропола, Атина*

Питагоровите открития върху пропорциите на човешкото тяло имат извънредно голям ефект върху гръцкото изкуство. Всяка част на сградите съотнесен към по-малките детайли от декорацията, бил конструиран посредством тази пропорция. Партеонът е бил може би най-добрият пример за обръщането на математиката към изкуството. Ако се

възстанови разрушения триъгълен фронтон, височината и основата образуват почти точно златен правоъгълник. Основните архитектурни елементи също се вписват в правилото на “златното сечение”.

Средновековните строители на църкви и катедрали подхождали към дизайна на своите сгради по много сходен начин на гърците. Натоварвайки своите строежи със сложна и многослойна символика, те смятали, че като се следва определена геометрична логика, сградата се оказва заредена със свещена сила. Добрата геометрична структура била тяхната цел. Вътре и отвън, техните сгради били сложни конструкции базирани на златното сечение.\*



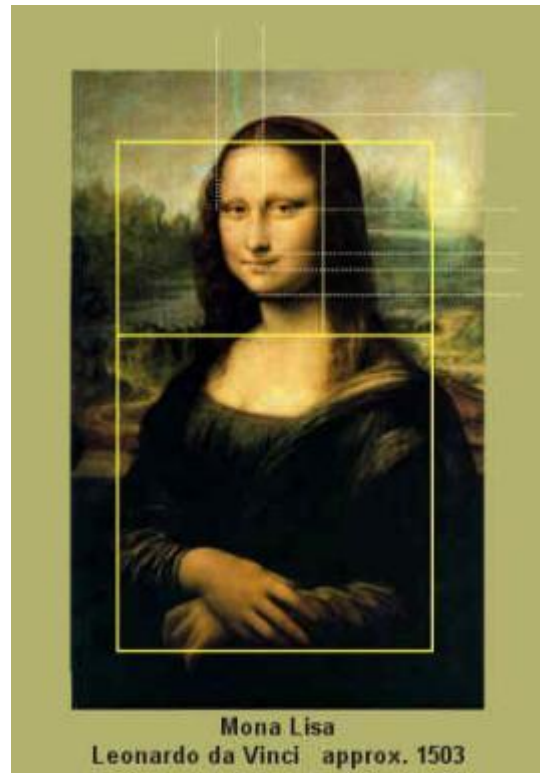
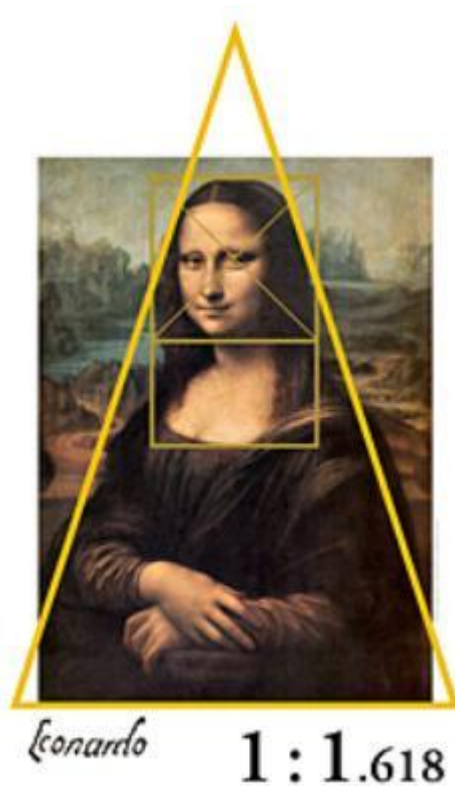
*Париж*

*Фасадата на “Нотр Дам дьо Пари” –*

През Ренесанса са много авторите, които акцентират вниманието си върху проблема. Няма нищо по-естествено от това да го открием и в най-големия шедьовър на Леонардо – Мона Лиза. И тук, както и в повечето му творби “разчитаме” златните правоъгълници и златния триъгълник.

“Разпятие” на Рафаел е друг добре познат пример. Централните фигури се намират в златен триъгълник, който може да бъде използван да обособи един от скритите пентаграми.

“Автопортрет” на Рембранд е пример за триъгълна композиция – оформяща сложната тема в рамките на три прави линии. Различните дължини на страните добавят малко разнообразие.

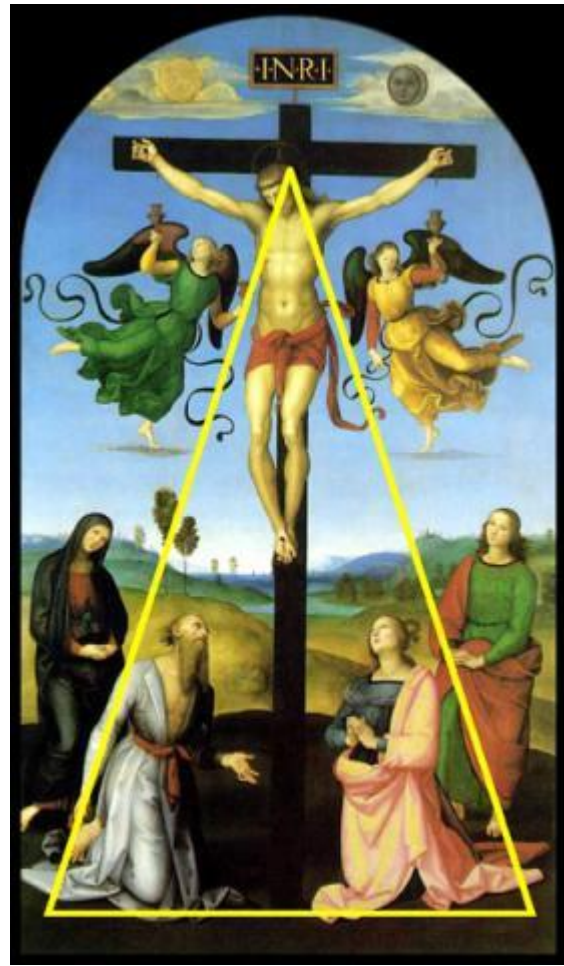
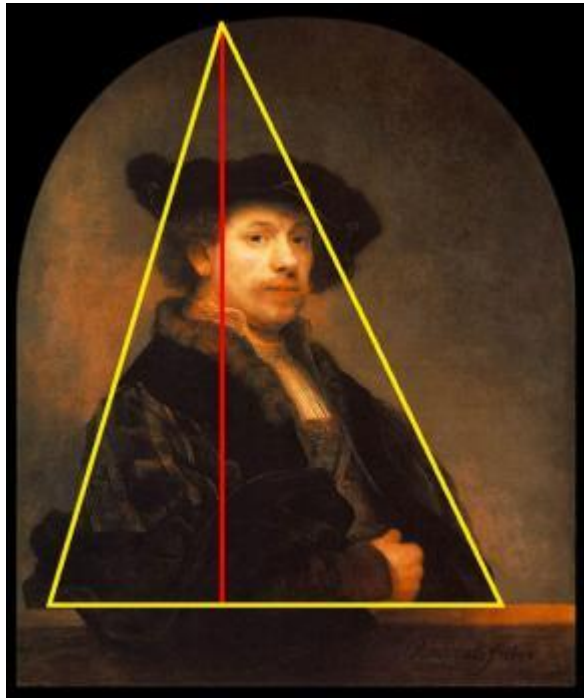


*Леонардо да Винчи – “Мона Лиза”, 1503-1507 г., масл. бои върху дъска, 77x53 см, Лувър, Париж*

Перпендикулярната линия от върха на триъгълника към основата би срязала основата в златно сечение.

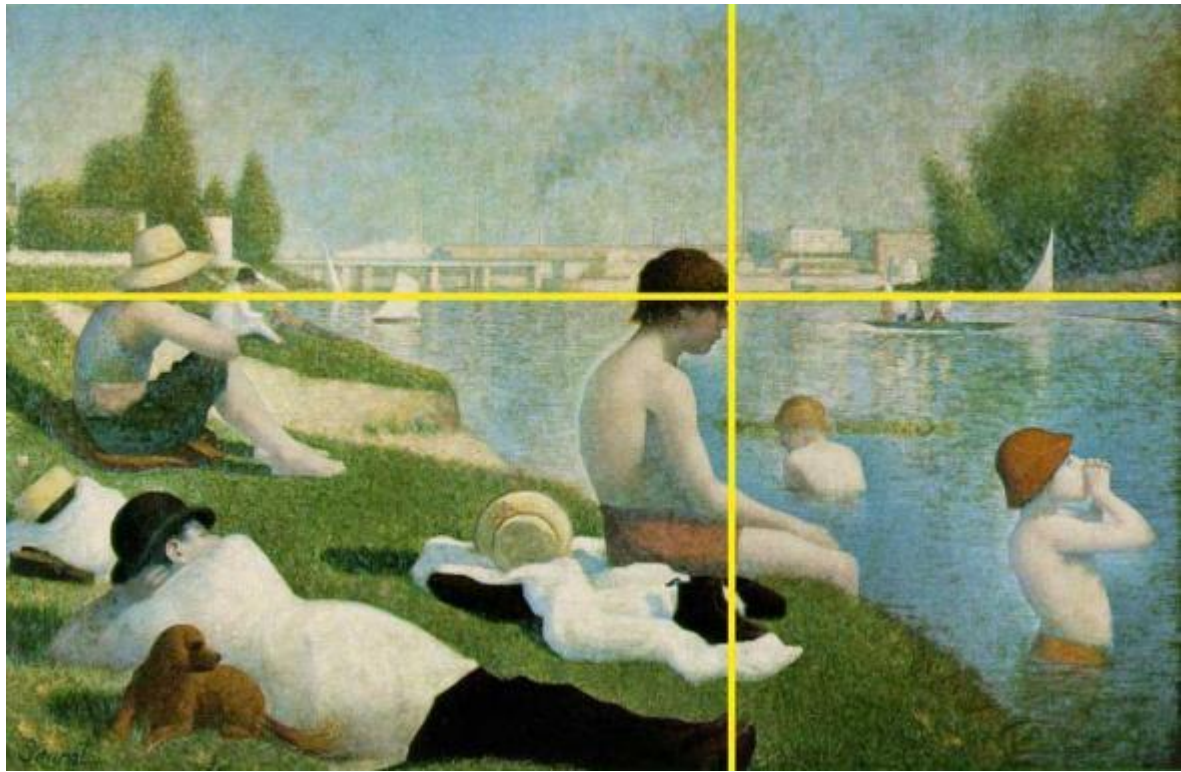
Няма да ни изненада използването на златното отношение и от Жорж Сьора, още една личност на художник в изкуството, завладян от задълбочените изследвания на композицията и цвета. Сьора “атакува” всяко свое платно със златното сечение. Неговите “Къпещи се” съдържат очевидни златни фигури. Не случайно и психологичния център на композицията – главата на момчето е поставена на златното сечение.



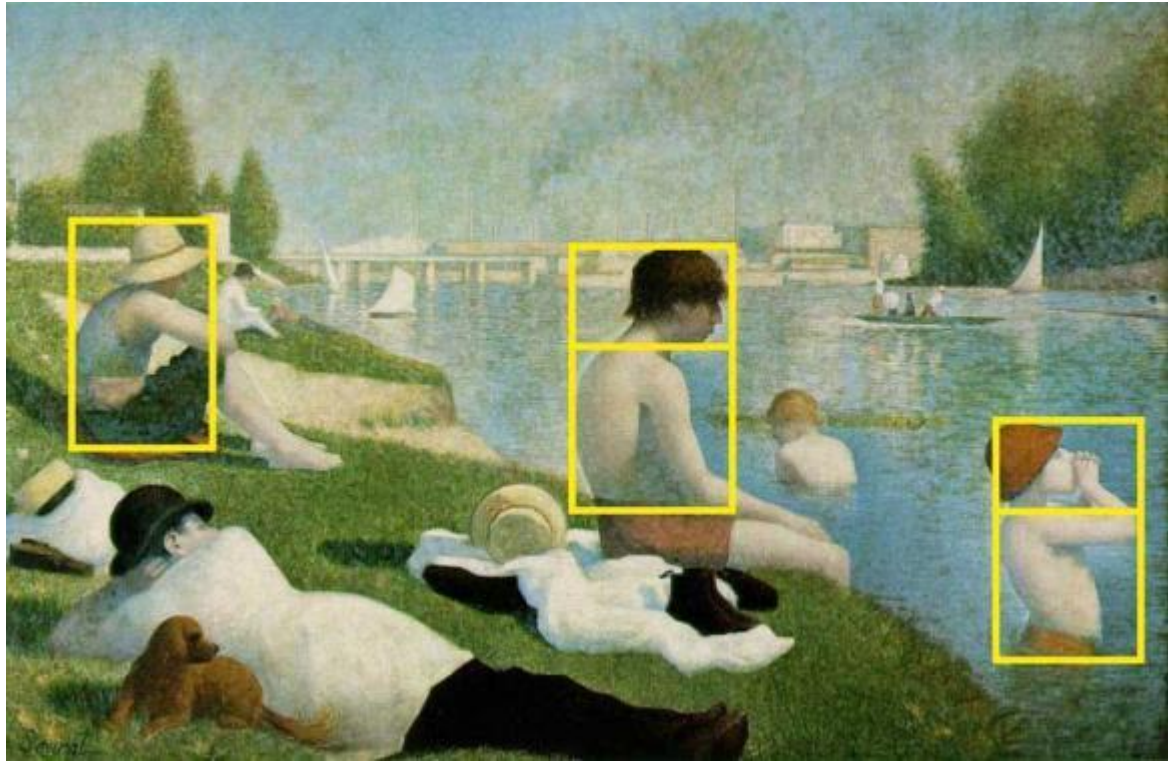


*Рембранд – “Автопортрет” – 1640 г., масл. бои, платно*

*Рафаел – “Разпятие” 1502-1503, масл. бои на дърво, Национална галерия, Лондон*



*Жорж Свора – “Къпеци се“*







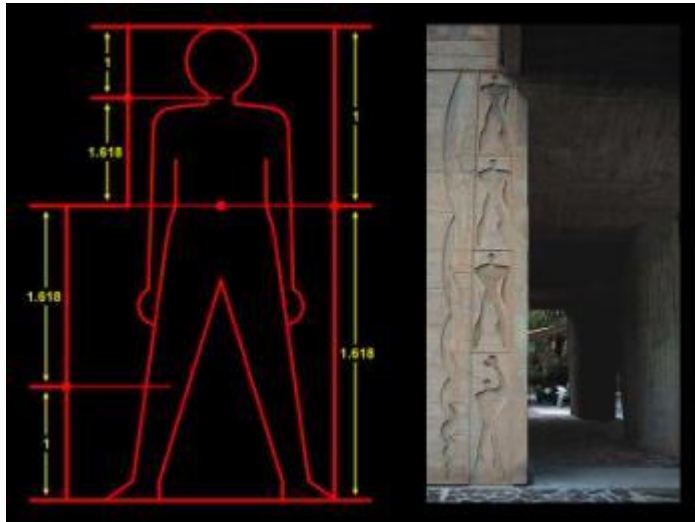
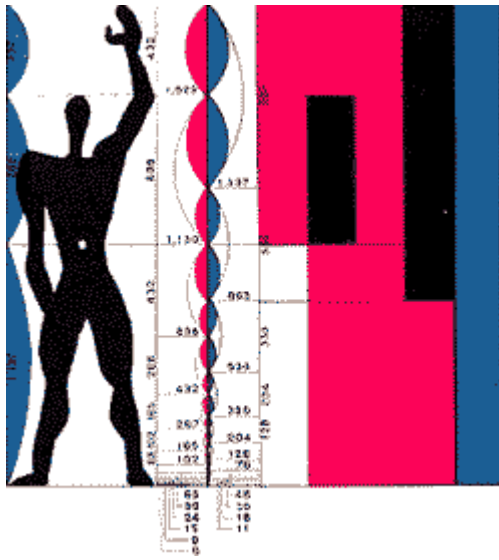
*Салвадор Дали – “Тайнството на тайната вечеря” – 1955 г., масл. бои, Национална галерия, Вашингтон*

Платното на Дали като формат представлява златен правоъгълник. Златните пропорции са били използвани и за позиционирането на фигурите, а част от огромен додекаедър се носи над масата.

Златното сечение отново е възродено през XX в. благодарение на Льо Корбюзие – един истински гений на дизайна и архитектурата. Той разработва скала от пропорции, която нарекъл **Модулор**, представена в трактата “Le Modulor” (1948). Тази скала е разработена за архитектурни форми, но скоро е намерила приложение и в други сфери, в това число в конструирането на печатната страница. Опирайки се на принципа на златното сечение, като главни точки, Льо Корбюзие избира слънчевия сплит, върха на главата и края на пръстите на вдигната ръка. На тази основа получил безкраен ред математически отношения, които широко се използвали в архитектурната практика. Същата пропорция се вижда и в неговите модерни апартаменти.

“Без математика няма изкуство”.\*





*Ле Корбюзие – “Модулар”*